

## 7. 中小河川の洪水流量推定を考慮した水位流量曲線の作成手法

### A Method of HQ-curve for Flood Discharge Estimation in Small and Medium-Sized Rivers

技術支援課 高崎忠勝、小作好明、秋山泰一郎

#### 1. はじめに

東京都では水害から都民の命と暮らしを守るため中小河川の整備を進めており、土木技術支援・人材育成センターでは、河川整備に資するために流量観測調査<sup>1)</sup>を行っている。また、観測結果を元に水位と流量の関係を表す水位流量曲線の作成を行っている。水位流量曲線は河川砂防技術基準等に示されている二次式が用いられることが多く、当センターの調査報告書においても多くの場合、二次式の水位流量曲線が示されている。二次式の水位流量曲線は、専門的な知識が無くても簡単に作成でき、観測範囲の水位と流量の関係を比較的良好に表すことができ、水位と流量の相互の換算が容易にできるといった特長を有する。一方で、観測範囲を越えた適用である外挿は行わないことが標準とされている<sup>2)</sup>。

極めて短時間に増水する中小河川では大きな流量を観測することは難しく、計画規模の流量に対する観測はほとんどできていない状況にある。治水上の検討を行う際に扱う水位や流量は、流量観測で得られた値より大きな規模が対象となることから、水位流量曲線は外挿にも適用できることが望まれる。外挿に適用できる水位流量曲線を作成する場合、 Manning式を利用する方法や不等流計算を用いる方法等が考えられるが、こうした方法は水位と流量の相互の換算を直接に行うことができないので、水位データの活用が難しくなる。また、水位流量曲線の作成に専門的な知識が求められ、流量観測業務の中で用いることが難しい。

こうした背景の下、外挿部分の推定を適切に行いかつ水位と流量の相互換算が可能な水位流量曲線を自動的に作成する方法を検討した。

本報はまず、水位流量曲線の外挿部分の推定方法を示すと共に、複数の流量観測結果を用いた検証によってその妥当性を示す。次に、外挿部分の特性を踏まえた上で水位と流量の関係を直接表わす水位流量曲線の作成方法を示す。

#### 2. 外挿方法の検討

表－1に示す流量観測結果を用いて外挿方法の検討を行う。高水流量観測においては図－1のように浮子を用いた観測が行われている。浮子を用いた流量観測では2つの見通し位置において水位を計測し流

表－1 検討に使用した流量観測結果

断面	河川	地点	見通し	実施年度	観測数	観測流量 最大値(m <sup>3</sup> /s)
1	石神井川	稲荷橋	第1見通し	平成12年度	16	37.3
2	石神井川	稲荷橋	第2見通し	平成12年度	16	37.3
3	神田川	氷川橋	第1見通し	平成12年度	13	82.9
4	神田川	氷川橋	第2見通し	平成12年度	13	82.9
5	神田川	方南橋	第1見通し	平成28年度	30	41.4
6	神田川	方南橋	第2見通し	平成28年度	30	41.4
7	妙正寺川	昭和橋	第1見通し	平成25年度	40	127.2
8	妙正寺川	昭和橋	第2見通し	平成25年度	40	127.2
9	妙正寺川	西落合	第1見通し	平成25年度	47	104.2
10	妙正寺川	西落合	第2見通し	平成25年度	47	104.2
11	妙正寺川	北原人道橋	第1見通し	平成12年度	17	65.7
12	妙正寺川	北原人道橋	第2見通し	平成12年度	17	65.7
13	妙正寺川	天神橋	第1見通し	平成25年度	46	116.2
14	妙正寺川	天神橋	第2見通し	平成25年度	46	116.2
15	善福寺川	済美橋	第1見通し	平成12年度	11	64.8
16	善福寺川	済美橋	第2見通し	平成12年度	11	64.8
17	善福寺川	尾崎橋	第1見通し	平成26年度	32	55.2
18	善福寺川	尾崎橋	第2見通し	平成26年度	32	55.2
19	善福寺川	西田端橋	第1見通し	平成26年度	32	41.9
20	善福寺川	西田端橋	第2見通し	平成26年度	32	41.9
21	谷沢川	丸山橋	第1見通し	平成26年度	48	11.5
22	谷沢川	丸山橋	第2見通し	平成26年度	48	11.5

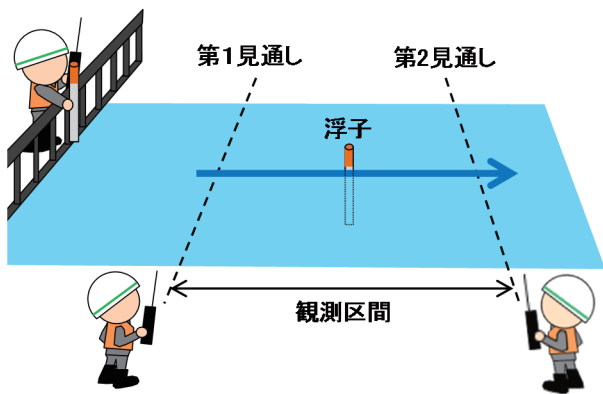


図-1 浮子による流量観測

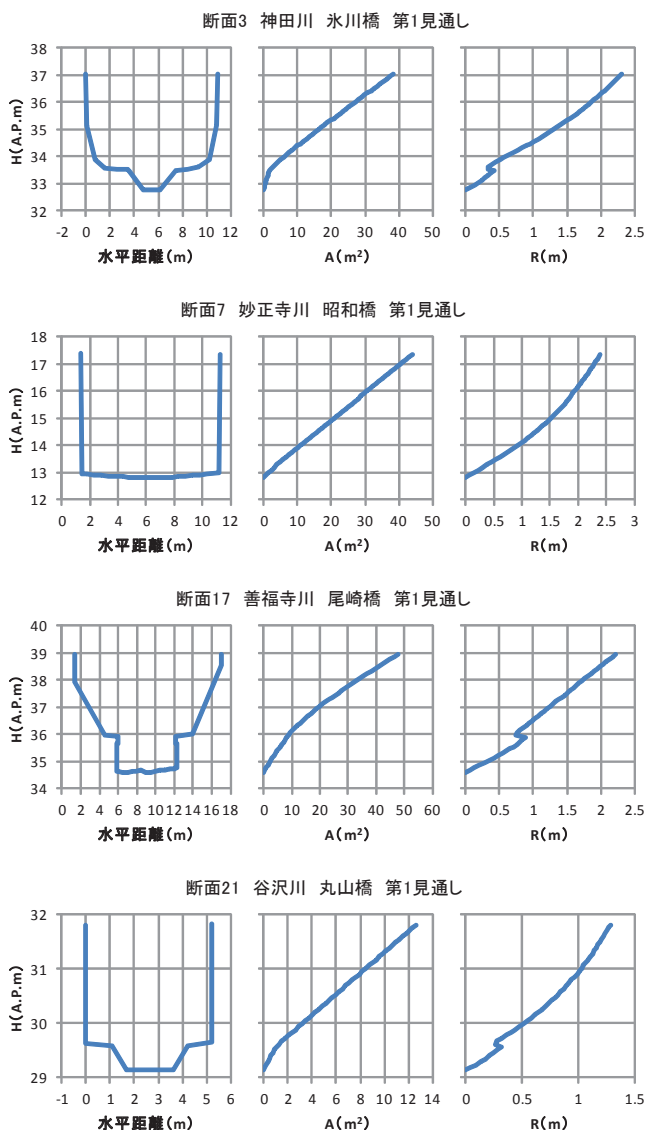


図-2 断面形状とH-A・H-Rの関係

積を求めると共に、観測区間の流速を浮子の流下時間から求め、流積と流速の積として流量を求める。

水位と流量の関係を表わす水位流量曲線（以下、

H-Q曲線）は、第1見通しと第2見通しで異なったものになる。流量観測業務で一般的に作成される二次式のH-Q曲線は式(1)のように表される。

二次式：

$$Q = a(H - b)^2 \quad \text{式(1)}$$

ここに、 $Q$ ：流量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )、 $H$ ：水位 (A.P.m)、 $a$ 、 $b$ ：定数

二次式による外挿は、観測された水位より高い部分の断面形状に拘わらず、水位と流量の関係が決定される点が問題である。高水流量観測において2つの見通し位置の選定では、断面形状が大きく変わらないことや流入や分派の影響が少ない等を考慮していることから、観測区間の流れは等流であるとみなして、式(2)を用いて外挿部分の流量を算定する。

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \quad \text{式(2)}$$

ここに、 $v$ ：平均流速 ( $\text{m/s}$ )、 $Q$ ：流量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )、 $n$ ：粗度係数、 $A$ ：流積 ( $\text{m}^2$ )、 $R$ ：径深 ( $\text{m}$ )、 $I$ ：水面勾配

表-1の断面1~22のうち、断面形状とH-A、H-Rの関係の一例を図-2に、観測流量 $Q_{\text{obs}}$ と観測水位 $H_{\text{obs}}$ に対応する $AR^{2/3}$ の関係の一例を図-3に示す。 $Q$ と $AR^{2/3}$ の関係は式(3)のように一次式で近似でき、この $Q$ と $AR^{2/3}$ の関係を用いて外挿部分の計算を行う方法を外挿手法1とする。

外挿手法1：

$$Q = a_1 AR^{2/3} + b_1 \quad \text{式(3)}$$

ここに、 $a_1$ 、 $b_1$ ：定数

次に、観測流量 $Q_{\text{obs}}$ を見通し断面の流積 $A$ で除して求めた流速を見通し流速 $V$ とする。 $V$ と $R^{2/3}$ の関係を図-4に示す。 $V$ が $1\text{m/s}$ 以上の範囲についてみると $V$ と $R^{2/3}$ の関係は式(4)のように一次式で近似できる。この $V$ と $R^{2/3}$ の関係を用いて外挿部分の計算を行う方法を外挿手法2とする。

外挿手法2：

$$Q = AV = A(a_2 R^{2/3} + b_2) \quad \text{式(4)}$$

ここに、 $a_2$ 、 $b_2$ ：定数

外挿手法2においては、 $V \geq 1\text{m/s}$ のデータが少ない場合、 $V$ と $R^{2/3}$ の関係を適切に表わせない可能性がある。外挿手法2の適用は、 $V \geq 1\text{m/s}$ のデータが5つ以上

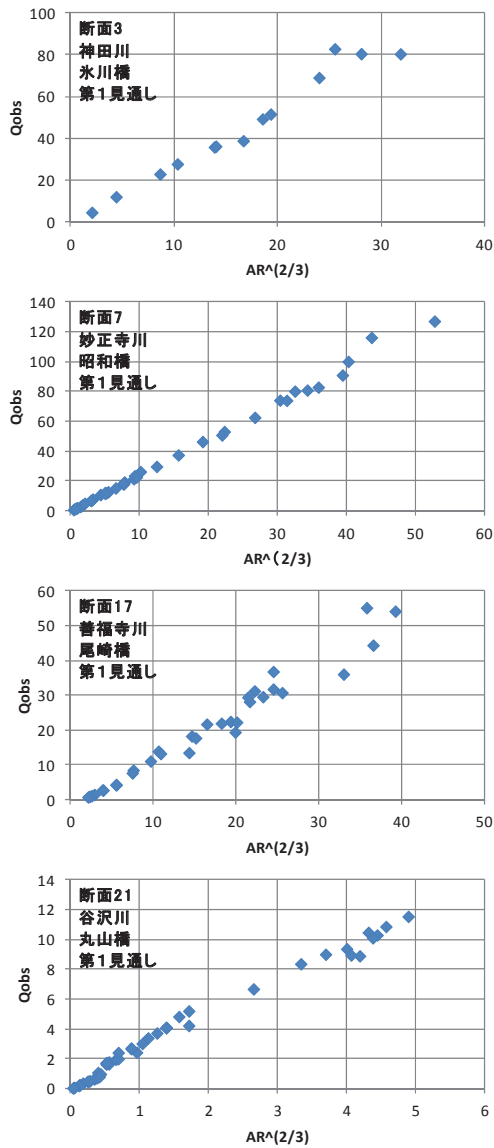


図-3  $Q$ と $AR^{2/3}$ の関係

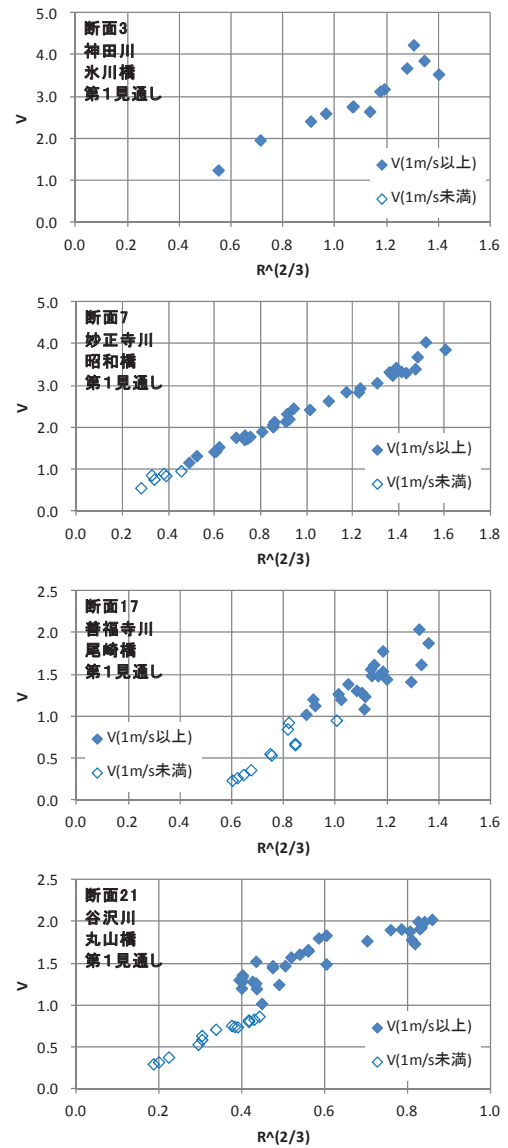


図-4  $V$ と $R^{2/3}$ の関係

あり、かつ、式(5)の相関係数  $r$  が0.8以上の時に限定して行う。

$$r = \frac{\sum (R_i^{2/3} - \overline{R^{2/3}})(V_i - \overline{V})}{\left( \sum (R_i^{2/3} - \overline{R^{2/3}})^2 \sum (V_i - \overline{V})^2 \right)^{1/2}} \quad \text{式(5)}$$

ここに、 $R_i$ ：見通し流速1m/s以上のデータ*i*に対する径深 (m)、 $\overline{R^{2/3}}$ ： $R_i^{2/3}$ の平均値、 $V_i$ ：見通し流速1m/s以上のデータ*i*の見通し流速 (m/s)、 $\overline{V}$ ： $V_i$ の平均値

外挿手法の妥当性を以下の方法によって検証する。観測流量最大値 $Q_{obsmax}$ の1/2以下の観測データのみを用いて、 $1/2Q_{obsmax}$ より大きな観測流量の推定を3種類の手法（二次式、外挿手法1、外挿手法2）によって行う。同様に $1/4Q_{obsmax}$ 以下のデータを用いて、 $1/4Q_{obsmax}$ より大きな流量の推定を行う。 $1/2Q_{obsmax}$ 以下

のデータによる $Q_{obsmax}$ に対する推定値は観測規模の約2倍の流量推定に相当し、 $1/4Q_{obsmax}$ 以下のデータでは観測規模の約4倍の流量推定に相当する。流量推定の妥当性を式(6)のRMSE（二乗平均平方根誤差）で評価する。RMSEは誤差の程度を表わす指標であり、誤差が小さい場合はRMSEの値が小さくなる。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (Q_{obs} - Q_{cal})^2} \quad \text{式(6)}$$

ここに、 $Q_{obs}$ ：観測流量、 $Q_{cal}$ ：推定流量、 $N$ ：外挿データ数

各手法によるRMSEの値を表-2に示す。表中においては最もRMSEの値が小さい手法を網掛けで表わしている。なお、表中、 $1/4Q_{obsmax}$ 以下の外挿手法2においてRMSEの値が示されていない欄は、 $V \geq 1\text{m/s}$ のデー

タが少ない、または  $r < 0.8$  のために外挿手法2を適用できなかったものである。外挿手法2は、多くの断面において他の2つの手法よりRMSEの値が小さく、優秀な推定手法だと判断される。

外挿時の誤差の規模を確認するため、 $Q_{cal}/Q_{obs}$ の最大～最小の範囲を求める。1/2 $Q_{obsmax}$ 以下について表-3に、1/4 $Q_{obsmax}$ 以下について表-4に示す。

$Q_{cal}/Q_{obs}$ の最大～最小の範囲は、1/2 $Q_{obsmax}$ 以下では、二次式が141～74%、外挿手法1が141%～73%、外挿手法2が122%～84%となった。また、1/4 $Q_{obsmax}$ 以下

表-2 外挿検討結果 (RMSE)

断面	観測流量最大値の1/2以下			観測流量最大値の1/4以下		
	二次式	外挿手法1	外挿手法2	二次式	外挿手法1	外挿手法2
1	3.16	0.98	1.57	14.87	3.13	-
2	3.07	0.90	1.82	19.43	6.98	-
3	6.83	9.53	6.16	56.39	20.32	-
4	7.69	10.77	6.70	77.98	28.11	-
5	0.38	1.79	0.36	1.49	2.58	-
6	0.54	1.87	0.23	1.77	2.95	-
7	11.00	2.58	2.49	26.35	2.65	2.74
8	9.69	2.69	2.63	20.16	3.48	2.57
9	8.95	3.38	2.43	15.07	8.21	2.80
10	10.38	2.35	2.33	20.43	4.79	2.72
11	17.62	8.37	6.47	68.58	24.55	-
12	18.53	9.24	6.39	18.92	25.93	-
13	6.74	4.17	1.78	18.74	2.64	2.66
14	4.14	4.82	2.24	14.37	2.89	3.50
15	2.05	2.34	2.39	36.18	10.23	-
16	6.61	5.01	2.49	21.60	4.78	-
17	4.68	4.01	2.96	7.66	5.96	4.34
18	4.73	4.01	3.43	7.68	6.01	5.03
19	2.67	1.71	1.38	2.62	3.20	2.08
20	3.28	1.55	1.43	4.24	2.84	2.25
21	1.17	1.47	0.23	0.79	2.19	0.33
22	1.57	0.98	0.17	2.01	2.22	0.25

表-3 外挿検討結果 1

断面	観測流量最大値の1/2以下の観測データによる外挿		
	二次式	外挿手法1	外挿手法2
1	115% ~ 99%	106% ~ 94%	104% ~ 92%
2	115% ~ 100%	106% ~ 95%	103% ~ 91%
3	109% ~ 82%	98% ~ 76%	116% ~ 89%
4	107% ~ 78%	98% ~ 73%	117% ~ 85%
5	104% ~ 98%	89% ~ 82%	99% ~ 95%
6	106% ~ 100%	89% ~ 80%	99% ~ 97%
7	133% ~ 111%	103% ~ 89%	104% ~ 90%
8	127% ~ 109%	103% ~ 89%	103% ~ 89%
9	137% ~ 101%	101% ~ 85%	110% ~ 90%
10	141% ~ 104%	106% ~ 88%	111% ~ 90%
11	135% ~ 100%	122% ~ 91%	117% ~ 88%
12	134% ~ 102%	120% ~ 98%	115% ~ 95%
13	122% ~ 109%	99% ~ 87%	106% ~ 94%
14	114% ~ 104%	97% ~ 86%	106% ~ 93%
15	104% ~ 95%	103% ~ 94%	103% ~ 94%
16	117% ~ 102%	114% ~ 100%	106% ~ 93%
17	100% ~ 81%	112% ~ 83%	108% ~ 84%
18	99% ~ 78%	110% ~ 80%	112% ~ 87%
19	105% ~ 74%	109% ~ 78%	120% ~ 85%
20	107% ~ 75%	114% ~ 80%	122% ~ 85%
21	134% ~ 109%	141% ~ 118%	112% ~ 97%
22	135% ~ 114%	125% ~ 111%	106% ~ 97%

表-4 外挿検討結果 2

断面	観測流量最大値の1/4以下の観測データによる外挿		
	二次式	外挿手法1	外挿手法2
1	139% ~ 99%	113% ~ 97%	-
2	150% ~ 102%	120% ~ 100%	-
3	165% ~ 118%	132% ~ 96%	-
4	184% ~ 131%	142% ~ 97%	-
5	126% ~ 97%	105% ~ 78%	-
6	126% ~ 97%	100% ~ 75%	-
7	162% ~ 114%	106% ~ 92%	104% ~ 90%
8	146% ~ 106%	102% ~ 88%	105% ~ 91%
9	152% ~ 98%	94% ~ 76%	111% ~ 91%
10	167% ~ 104%	98% ~ 82%	112% ~ 91%
11	187% ~ 113%	137% ~ 101%	-
12	89% ~ 69%	84% ~ 67%	-
13	149% ~ 114%	110% ~ 92%	110% ~ 92%
14	136% ~ 115%	112% ~ 92%	112% ~ 90%
15	148% ~ 125%	120% ~ 106%	-
16	130% ~ 103%	107% ~ 89%	-
17	111% ~ 70%	116% ~ 76%	126% ~ 83%
18	111% ~ 70%	116% ~ 77%	122% ~ 81%
19	118% ~ 84%	105% ~ 76%	114% ~ 82%
20	112% ~ 78%	108% ~ 69%	124% ~ 87%
21	122% ~ 84%	150% ~ 101%	112% ~ 88%
22	139% ~ 95%	143% ~ 104%	112% ~ 91%

では、二次式が187～69%、外挿手法1が150%～67%、外挿手法2については適用可能な断面をみると126%～81%となっている。

外挿手法2は大きな誤差を生じにくいという点においても優れており、適用可能な場合には外挿手法2によって外挿を行う。高水流量観測を行う際には外挿手法2を適用できるだけのデータ取得が望まれる。

外挿手法2を適用できない場合は外挿手法1もしくは二次式によって外挿を行う必要がある。表-4の外挿手法2を適用できない断面について、外挿手法1と二次式の $Q_{cal}/Q_{obs}$ の範囲をみると、二次式は大幅に過大な推定値となっているものがみられ、外挿手法1が二次式より適切に外挿できるものと判断した。

### 3. n次式の作成

径深や流積を用いるH-Q曲線は水位と流量の関係を直接表わしていないので、水位と流量を相互に変換することが容易でなく、水位データの活用が難しくなる。そこで、外挿部分も含む水位と流量の関係を良好に表現し、かつ水位と流量の相互変換が容易なH-Q曲線を式(7)のn次式を用いて作成する。

n次式:

$$Q = a_N(H - b_N)^n \quad \text{式(7)}$$

ここに、 $a_N$ ,  $b_N$ ,  $n$ : 定数

式(7)の $a_N$ ,  $b_N$ ,  $n$ は、式(8)~(10)により妥協計画法<sup>3)</sup>を用いて値を決定する。式(8)の $f_1$ は、小さい流量から大きな流量まで観測値全体の再現性を考慮した誤差評価関数であり、式(9)の $f_2$ は、外挿部分の大きな流量に対する再現性を重視した誤差評価関数である。式(10)のminimizeが最小になる $a_N$ ,  $b_N$ ,  $n$ の値を、SCE-UA法 (Shuffled Complex Evolution Method developed at the University of Arizona)<sup>4)</sup>を用いて探索する。 $n$ の探索範囲は1~3としている<sup>2)</sup>。

$$f_1 = \frac{1}{N} \sum \frac{(Q_{obs} - Q_{cal})^2}{Q_{obs}} \quad \text{式(8)}$$

$$f_2 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (Q_{est} - Q_{cal})^2} \quad \text{式(9)}$$

$$\text{minimize}_{x \in X} = \left[ \sum \left( \frac{f_i(x) - f_i^{\min}}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{式(10)}$$

ここに、 $Q_{obs}$ : 観測流量、 $Q_{cal}$ : 推定流量 ( $n$ 次式による推定流量)、 $Q_{est}$ : 外挿推定流量 (外挿手法2または外挿手法1による推定流量)、 $f_i^{\min}$ : パレート最適解における $f_i$ の最小値、 $f_i^{\max}$ : パレート最適解における $f_i$ の最大値

式(9)による外挿部分の計算では、天端高から $H_{obs}$ 最大値までの範囲を10等分した水位を設定し、この水位に対する $Q_{est}$ と $Q_{cal}$ を用いることとした。

22断面について全ての観測データを用いて $n$ 次式および二次式 ( $n=2$ ) の定数を算定した。 $n$ 次式と二次式の定数の値および観測値に対する $RMSE$ を表-5に示す。用いた外挿手法については、断面19では式(5)の $r$ が0.8未満となったことから外挿手法1が選択されたが、他の21断面は外挿手法2が選択された。 $n$ 次式の定数 $n$ の値は1.236~2.595の範囲であり、断面形状が矩形に近い断面では2より小さくなった。観測値に対する $RMSE$ は $n$ 次式と二次式に大きな違いはみられないが、多くの断面で $n$ 次式の方が良い評価となっている。

$n$ 次式および二次式の $H$ - $Q$ 曲線の一例を図-5に示す。尾崎橋 (断面17) では、 $n$ 次式と二次式に大きな違いはみられない。一方、他の3断面の $n$ 次式と二次式を比較すると、観測範囲において大きな違いはみられないが、外挿部分では大きく異なっている。外

表-5 定数の値とRMSE

断面	n次式				二次式		
	a	b	n	RMSE	a	b	RMSE
1	9.247	43.402	1.262	0.84	2.737	42.597	1.02
2	9.623	43.222	1.236	0.84	2.772	42.399	0.99
3	28.152	33.469	1.509	4.79	15.160	33.147	4.87
4	28.721	33.438	1.534	5.43	16.749	33.162	5.25
5	10.919	30.004	1.566	0.87	6.823	29.783	0.82
6	11.778	30.019	1.534	0.78	7.175	29.784	0.77
7	23.815	12.953	1.408	2.23	10.708	12.562	3.72
8	22.639	12.846	1.439	2.31	10.781	12.486	3.07
9	16.922	22.022	1.482	2.32	7.770	21.631	3.88
10	18.381	22.012	1.458	2.18	8.275	21.610	4.01
11	24.980	33.357	1.374	3.33	10.548	32.853	3.78
12	28.615	33.234	1.446	2.49	14.349	32.849	2.93
13	17.586	24.574	1.414	2.11	7.083	24.094	2.14
14	16.667	24.466	1.414	2.78	6.864	23.999	1.85
15	9.838	32.208	1.791	1.58	6.774	31.984	1.47
16	9.451	32.123	1.835	2.18	6.885	31.931	2.05
17	1.615	36.343	2.595	1.27	3.941	36.699	1.39
18	2.294	36.492	2.388	1.36	3.996	36.713	1.59
19	4.388	34.701	2.250	2.79	6.124	34.838	2.89
20	4.327	34.636	2.261	3.07	6.223	34.796	3.12
21	7.617	29.230	1.532	0.39	6.660	29.133	0.40
22	6.787	29.100	1.455	0.31	5.311	28.959	0.40

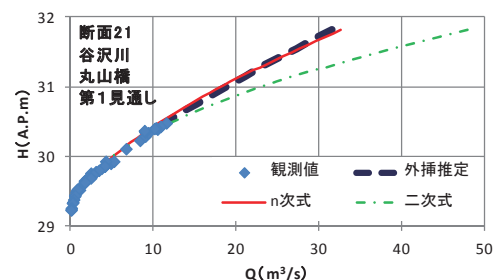
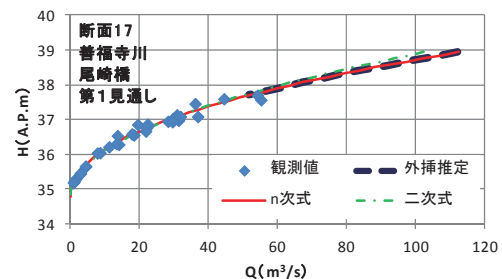
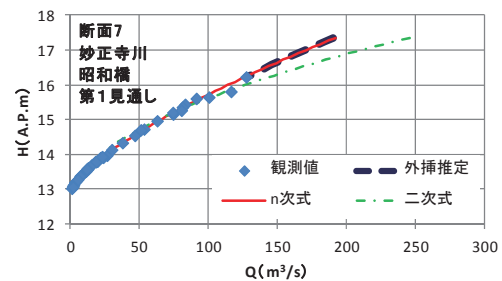
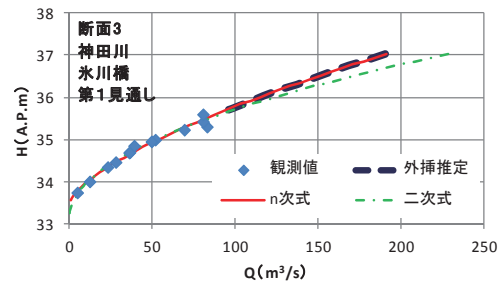


図-5 H-Q曲線

挿手法を用いて推定した流量に対して、 $n$ 次式の外挿部分は概ね同じ流量を算定しており、二次式は大きな流量を算定している。

以上のように、本手法による $n$ 次式の $H$ - $Q$ 曲線は、外挿部分の特性を考慮しながら観測範囲の再現性も優れている。

#### 4. まとめ

中小河川における外挿部分の流量推定と利便性を考慮した水位流量曲線の作成方法を検討した。本手法による水位流量曲線は、外挿部分を含めて使用することが可能であり、水位と流量の関係を直接表わしているため、水位データの活用が容易である。また、本手法による自動作成を行うプログラムを作ったので、これを用いることで専門的な知識がなくて

も水位流量曲線の作成が可能である。

以下に本検討において流量観測に関して得られた知見を記す。いずれの外挿手法を用いても外挿範囲が大きくなると大きな誤差を生じやすくなるため、計画規模の流量を精度良く推定するには、できるだけ大きな流量を観測することが重要である。また、 $1\text{m/s}$ 以上の流速発生時の観測データを数多く得ることで外挿時の精度を改善することが期待できることから、大きな流量が発生している時の観測頻度をより高くすることが外挿部分の推定精度向上につながると思われる。

今後行われる流量観測業務において本プログラムを活用しながら、中小河川の水理特性の把握に努めていきたいと考えている。

#### 参 考 文 献

- 1) 高崎忠勝、小作好明（2016）：境川における高水流量観測結果、平28. 都土木技術支援・人材育成センター年報
- 2) 国土交通省水管理・国土保全局（2014）：国土交通省河川砂防技術基準調査編、第2章、第4節、29-31
- 3) 田中丸治哉、藤原洋一（2006）：妥協計画法による流出モデル定数の多目的最適化、農業土木学会論文集, No.241, p.107~115
- 4) Duan Q, Sorooshian S, Gupta VK. (1992) : Effective and Efficient Global Optimization for Conceptual Rainfall-Runoff Models, Water Resources Research, 28-4: 1015-1031